

# UND-, ODER- und NICHT: Gesetze / Seite 1

1. Aus der Mathematik kennst Du die folgenden Gesetze:

A) Kommutativgesetz: Summanden und Faktoren dürfen vertauscht werden.

$$a+b = b+a$$

$$ab = ba$$

B) Assoziativgesetz: Bei der Multiplikation und bei der Addition dürfen Klammern verschoben werden.

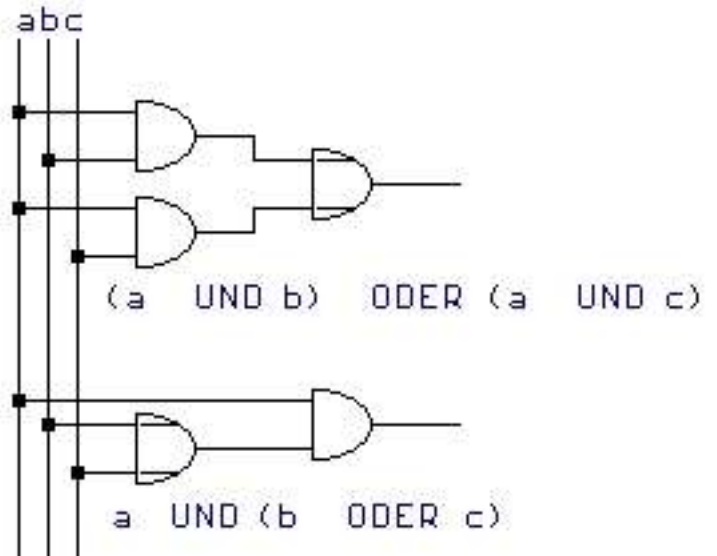
$$(a+b)+c=a+(b+c)=a+b+c$$

$$(ab)c=a(bc)=abc$$

C) Distributivgesetz: Eine Summe (Differenz) wird mit einer Zahl multipliziert, indem man jeden Summanden mit der Zahl multipliziert und dann die Produkte addiert (subtrahiert).

$$a(b+c) = ab + ac$$

Mit der folgenden Schaltung sollst Du herausfinden, ob UND distributiv über ODER ist.



a) Erstelle zunächst eine Funktionstabelle für den oberen und den unteren Teile der Schaltung; überprüfe dann, ob die entsprechenden Spalten übereinstimmen.

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a und b</i>	<i>a und c</i>	<i>(a und b) oder (a und c)</i>	<i>b oder c</i>	<i>a und (b oder c)</i>
L	L	L					
L	O	L					
O	L	L					
L	L	L					
L	L	O					
L	O	O					
O	L	O					
L	L	O					

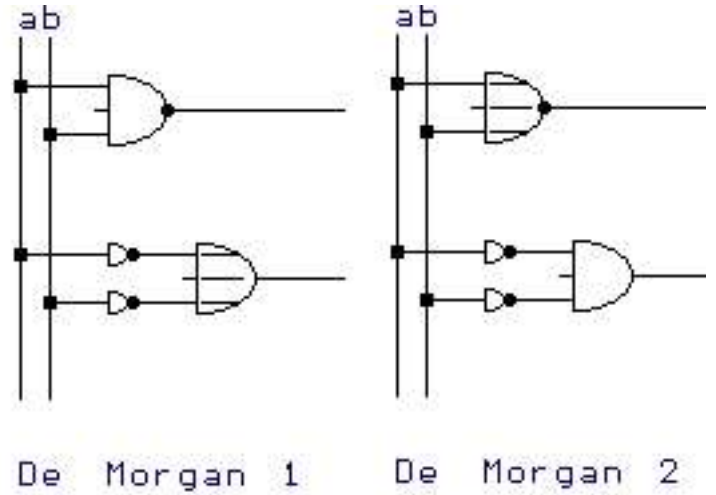
Benutze das Programm LOCAD3 (falls an Deiner Schule vorhanden) oder das Applet von Kazuhiko Arase im Internet, um Deine Tabelle zu überprüfen.

b) Vertausche UND mit ODER und finde durch eine Schaltung und die zugehörige Funktionstabelle heraus, ob ODER distributiv über UND ist.

b) Finde auf dieselbe Art heraus, ob Kommutativgesetz und Assoziativgesetz für UND und/oder ODER gültig sind.

## UND-, ODER- und NICHT: Gesetze / Seite 2

2. Die folgende Abbildung zeigt Dir nochmals die Schaltungen für die beiden de Morgan'schen Regeln:



a) Gib die beiden zugehörigen logischen Terme an:

de Morgan 1:  $T_1 = \dots\dots\dots$

de Morgan 2:  $T_2 = \dots\dots\dots$

b) Forme die folgenden Terme mit diesen Regeln so um, dass in einer Schaltung keine NAND- bzw. NOR-Gatter mehr verwendet werden müssen.

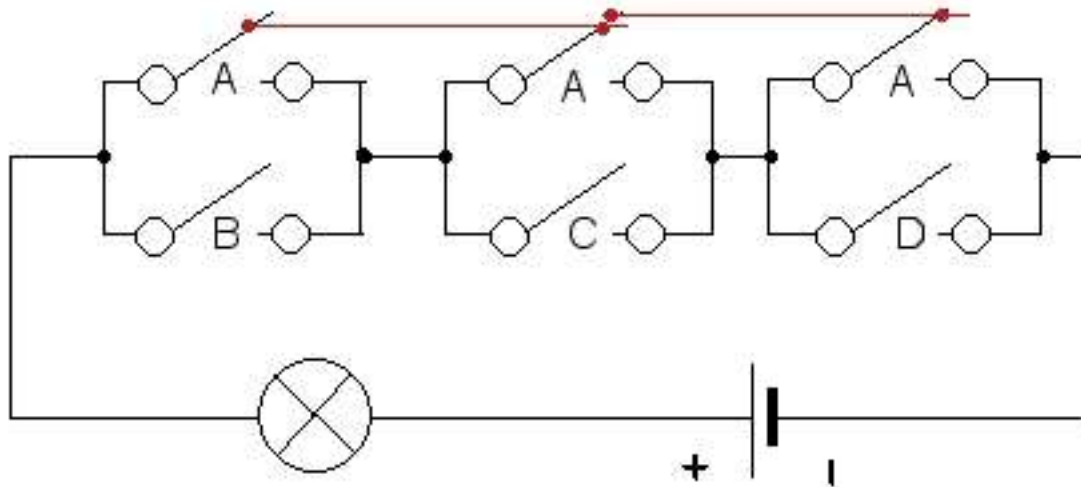
$\overline{a \vee (b \wedge c)}$  = .....

$\overline{(a \vee b) \wedge (c \vee d)}$  = .....

$\overline{a \vee b} \wedge \overline{c \wedge d}$  = .....

3. Du hast inzwischen erkannt, dass UND distributiv über ODER ist und ODER distributiv über UND ist. Verwende das Distributivgesetz, um die ff. Schaltung (die drei Schalter A seien miteinander so verbunden, dass sie nur gemeinsam geöffnet oder geschlossen werden können) zu vereinfachen.

Zeichne anschließend den Schaltplan mit logischen Gattern und gib den nicht vereinfachten und den vereinfachten Term dazu an.



## UND-, ODER- und NICHT: Gesetze / Seite 3

... und eine Logelei von Zweistein

(aus dem Internet: <http://www.mathematik.uni-ulm.de/sai/ws04/prog/slides/proplogic-15.html>)

kann auch nicht schaden:

4. „Meiers werden uns heute abend besuchen“, kündigt Herr Müller an. ``Die ganze Familie, also Herr und Frau Meier nebst ihren drei Söhnen Tim, Kay und Uwe?“, fragte Frau Müller bestürzt. Darauf Herr Müller, der keine Gelegenheit vorbegehen läßt, seine Frau zum logischen Denken anzureizen: ``Nein, ich will es dir so erklären: Wenn Vater Meier kommt, dann bringt er auch seine Frau mit. Mindestens einer der beiden Söhne Uwe und Kay kommt. Entweder kommt Frau Meier oder Tim. Entweder kommen Tim und Kay oder beide nicht. Und wenn Uwe kommt, dann auch Kay und Herr Meier. So, jetzt weißt du, wer uns heute abend besuchen wird.“

**Lösungshilfen:** Benutze die folgenden Aussagen:

H: Herr Meier kommt

F: Frau Meier kommt

T: Tim kommt

K: Kai kommt

U: Uwe kommt

- a) Die WENN-DANN Schaltung ist als Term mit UND und ODER darstellbar. Führe dies durch.

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>a ⇒ b</b>
w	w	w
w	f	f
f	w	w
f	f	w

WENN H DANN F wird also zu: .....

- b) Stelle auf diese Art alle WENN-DANN Aussagen dar.

- c) Die ENTWERDE-ODER-Tabelle kennst Du auch:

<b>a</b>	<b>b</b>	<b><math>\overline{a \Leftrightarrow b} = a \dot{\vee} b</math></b>
w	w	f
w	f	w
f	w	w
f	f	f

Stelle auf diese Art alle ENTWERDE-ODER- Aussagen dar: .....

- d) Was bedeutet MINDESTENS aussagenlogisch?

Gib den Term für die entsprechende Aussage an: .....

- e) Verknüpfe alle diese Aussagen mit UND, dann hast Du den Lösungsterm: